Czerwiec 2015 rok (poziom rozszerzony)(nowa matura)

Zadania zamknięte

Zad 1. $a_{n+1} = a_n + n - 6$ czyli $a_3 = a_2 + 2 - 6 \quad \Longrightarrow \quad a_3 = a_2 - 4$

Stąd $-a_2 = -a_3 - 4 \quad \Longrightarrow \quad a_2 = a_3 + 4 \quad \Longrightarrow \quad a_2 = -1 + 4 = 3$ **(D)**

Zad 2. $y = -x + 1 \qquad y = \log_2 x$

Wykresy takich funkcji przecinają się w jednym punkcie $P = (1;\ \ 0)$

Punkt ten leży na prostej $y = -x + 1 \qquad 0 = -1 + 1$

Leży on też na wykresie $y = \log_2 x \qquad 0 = \log_2 1$ **(B)**

Zad 3. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x$

$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2 = x^2 + 2$ Pochodna przyjmuje tylko wartości dodatnie więc funkcja cały czas rośnie. **(C)**

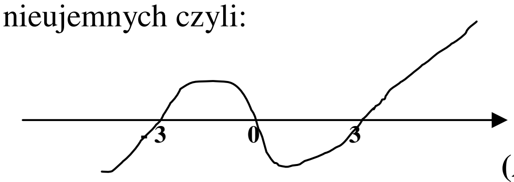
Zad 4. $\sin\alpha + \sin(180° - \alpha) = \sin\alpha + \sin\alpha = 2\sin\alpha$ **(C)**

Zad 5. $\sqrt{x(x^2 - 9)}$ Pytanie jest sformułowane dość nietypowo ale praktycznie chodzi o określenie dziedziny tego wyrażenia. Pierwiastki mamy tylko z liczb nieujemnych czyli:

$x(x^2 - 9) \geq 0$ czyli: $x(x-3)(x+3) \geq 0$

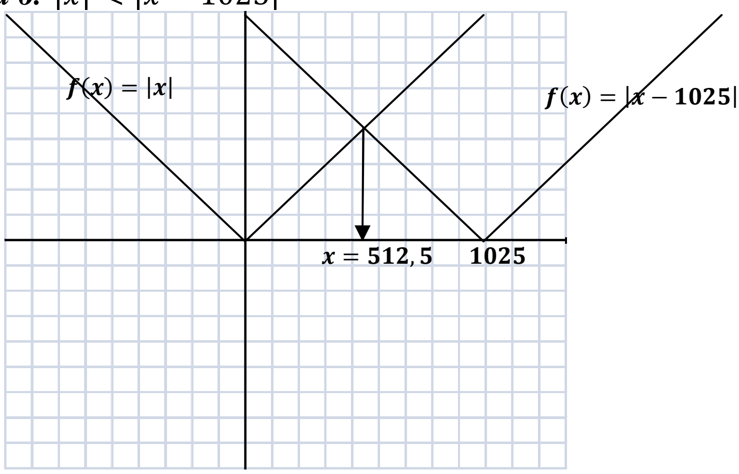
$x_1 = 0 \qquad x_2 = 3 \qquad x_3 = -3$

$x \in \langle -3;\ \ 0\rangle \cup \langle 3;\ \ +\infty)$



(A)

Zad 6. $|x| < |x - 1025|$



Już schematyczny wykres funkcji $f(x) = |x|$ oraz $f(x) = |x - 1025|$ pokazuje że rozwiązaniem tej nierówności jest $x < 512{,}5$

Chcąc być dokładniejszym widzimy z wykresów że rozwiązanie jest w przedziale $(0;\ \ 1025)$ a w tym przedziale $|x| = x$ oraz $|x - 1025| = -x + 1025$. Tak więc do rozwiązania jest nierówność

$x < -x + 1025 \quad \Longrightarrow \quad 2x < 1025 |:2 \quad \Longrightarrow \quad x < 512{,}5$

Odpowiedź: $\boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{2}$

Zad 7. Prosta: $y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14}$ styczna do okręgu o środku: $S = (1;\ -4)$

Jeżeli prosta jest styczna do okręgu to jest prostopadła do prostej na której leży promień okręgu poprowadzony z punktu styczności. Wyznaczymy równanie prostej na której leży ten promień. $y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14} \qquad a = \frac{3}{4}$ to dla prostopadłej $a_2 = -\frac{4}{3}$ i przechodzi ona przez $S = (1;\ -4)$ Prosta prostopadła ma więc postać: $y = -\frac{4}{3}x + b$ wstawmy punkt $S = (1;\ -4)$

$-4 = -\frac{4}{3} \cdot 1 + b \qquad b = -4 + \frac{4}{3} = -2\frac{2}{3} = -\frac{8}{3} \qquad y = -\frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$ równanie prostej prostopadłej do danej

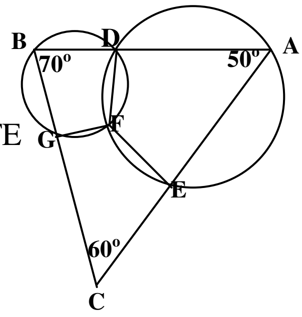
Teraz rozwiązując układ równań $\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x - \frac{8}{3} \\ y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14} \end{cases}$ otrzymamy współrzędne punktu styczności prostej z okręgiem a następnie można obliczyć długość odcinka. Okazuje się jednak że te obliczenia są bardzo skomplikowane i dojście do wyniku jest żmudne. Punkt styczności ma współrzędne $\left(\frac{22}{175};\quad -\frac{3697}{875}\right)$

Prostą o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14}$ przekształcimy do postaci ogólnej

$y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14} |\cdot 28 \quad \Longrightarrow \quad 28y = 21x - 122 \quad \Longrightarrow \quad 21x - 28y - 122 = 0$

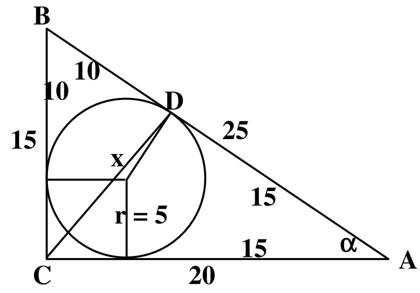
Teraz korzystając ze wzoru na odległość punktu od prostej mamy:
$d = \frac{|21\cdot 1 - 28\cdot(-4) - 122|}{\sqrt{21^2+28^2}} = \frac{|21+112-122|}{\sqrt{441+784}} = \frac{11}{\sqrt{1225}} = \frac{11}{35}$
Odpowiedź Promień tego okręgu wynosi $\frac{11}{35}$

Zad 8. Wykazać że jeżeli: $\log_{12} 2 = a$ to $\log_6 64 = \frac{6a}{1-a}$
$\log_6 64 = \frac{\log_{12} 64}{\log_{12} 6} = \frac{\log_{12}(2^6)}{\log_{12}\left(\frac{12}{2}\right)} = \frac{6\log_{12} 2}{\log_{12} 12 - \log_{12} 2} = \frac{6a}{1-a}$



Zad 9. Mamy wykazać że na czworokącie CEFG można opisac okrąg
Łącząc punkt F z punktami D, G i E otrzymujemy czworokąty BDFG oraz ADFE na których są opisane okręgi.
Kąt $\sphericalangle ABC = 180° - (50° + 60°) = 180° - 110° = 70°$
Wiadomym jest że przeciwległe kąty czworokąta na którym jest opisany okrąg mają w sumie 180°. Tak więc $\sphericalangle GFD = 180° - 70° = 110°$
oraz $\sphericalangle DFE = 180° - 50° = 130°$
Mamy więc $\sphericalangle GFE = 360° - (110° + 130°) = 360° - 240° = 120°$
Otrzymaliśmy więc że w czworokącie CEFG mamy $\sphericalangle GCE + \sphericalangle GFE = 60° + 120° = 180°$
Czyli wykazaliśmy że na czworokącie CEFG można opisać okrąg.

Zad 10. $(4\sin^2 x - 1)\cdot \sin x = \cos^2 x - 3\sin^2 x \qquad x \in (-\pi;\ \ 0)$
$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ i stąd mamy:
$(4\sin^2 x - 1)\cdot \sin x = 1 - \sin^2 x - 3\sin^2 x$ czyli: $(4\sin^2 x - 1)\cdot \sin x = 1 - 4\sin^2 x$
$(4\sin^2 x - 1)\cdot \sin x - 1 + 4\sin^2 x = 0$
$(4\sin^2 x - 1)\cdot \sin x + 4\sin^2 x - 1 = 0$
$(4\sin^2 x - 1)\cdot \sin x + 1\cdot(4\sin^2 x - 1) = 0$
$(4\sin^2 x - 1)\cdot(\sin x + 1) = 0$ czyli:
$4\sin^2 x - 1 = 0 \quad \vee \quad \sin x + 1 = 0$
$4\sin^2 x = 1 |:4 \quad \vee \quad \sin x = -1$
$\sin^2 x = \frac{1}{4} \quad \vee \quad \sin x = -1$
$\sin x = \frac{1}{2} \quad \vee \quad \sin x = -\frac{1}{2} \quad \vee \quad \sin x = -1$
Ogólnie rozwiązanie by wyglądało
$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi;\quad x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi;\quad x_3 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi;\quad x_4 = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi;\quad x_5 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi;$
Ale w tym zadaniu mamy podać wyniki tylko dla $x \in (-\pi;\ \ 0)$
Odpowiedź: $x \in \left\{-\frac{1}{6}\pi;\quad -\frac{1}{2}\pi;\ \ -\frac{5}{6}\pi;\right\}$

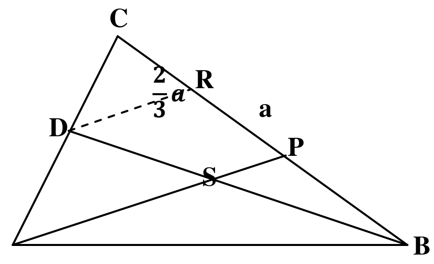


Zad 11. Trójkąt jest prostokątny $a = 15;\quad b = 20$ to:
$c = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25$
Łatwo też wyliczyć promień okręgu wpisanego.
Policzmy pole trójkąta $P = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 20 = 150$
Pole można tez policzyć ze wzoru: $P = p\cdot r$; p - połowa obwodu
$p = \frac{25+20+15}{2} = \frac{60}{2} = 30$
Mamy więc $150 = 30\cdot r; \qquad \Longrightarrow \qquad r = 150:30 = 5$
Jeżeli wiemy że odległości wierzchołka od punktów styczności są równe to oczywistym jest że punkty styczności podzieliły boki trójkąta na odcinki $5 + 10 = 15;\quad 5 + 15 = 20;\quad 10 + 15 = 25$
Policzymy jeszcze $\cos\alpha = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$
Możemy teraz skorzystać z np. trójkąta ADC gdzie D – punkt styczności okręgu z przeciwprostokątną i zastosować twierdzenie cosinusów do tego trójkąta. Oznaczając $CD = x$ mamy:

$x^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \sin\alpha = 400 + 225 - 600 \cdot \frac{4}{5} = 625 - 480 = 145$

$x = \sqrt{145}$

Odpowiedź: Odcinek łączący punkt styczności okręgu z przeciwprostokątną z wierzchołkiem kąta prostego ma długość $\sqrt{145}$.



Zad 12. W trójkącie mamy $AD = CD$ oraz $DS = BS$

Prowadzimy odcinek DR równoległy do AP $DR||AP$

Otrzymaliśmy trójkąt DRC podobny do trójkąta APC w skali $\frac{1}{2}$

Podobieństwo tych trójkątów wynika z faktu że mają wspólny kąt przy wierzchołku C oraz jeżeli odcinki $DR||AP$ to kąty przy podstawie też mają równe. Skala wynosi $\frac{1}{2}$ gdyż z założenia $AD = CD$

Mamy więc $CR = RP$

W analogiczny sposób wykazujemy że $BP = PR$ gdyż trójkąty BPS i BRD też z tego samego powodu są podobne w skali $\frac{1}{2}$ Maja one wspólny kąt przy wierzchołu B a podstawy PS i RD są równoległe.

Mamy więc że $CR = RP = PB = \frac{1}{3}BC$ czyli $CP = \frac{2}{3}CB.$ ***Co było do wykazania***

Zad 13. Liczby mają być pięciocyfrowe parzyste i w nich może być 0 dwójek lub 1 dwójka lub 2 dwójki.

I sposób zliczenia bezpośredniego okazuje się bardzo skomplikowany

I) Liczba ma być parzysta więc na końcu musi mieć: $\{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ II) Liczba może zawierać: $\{0;\ 1;\ 2\}$ dwójki

1) Zakładamy że liczba nie zawiera dwójek (w dyspozycji 9 cyfr $\{0;\ 1;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6; 7;\ 8;\ 9\}$)

Tak więc na końcu może mieć $\{0;\ 4;\ 6;\ 8\}$ to jest 4 możliwości. Na początku zaś wszystkie cyfry z wyjątkiem 0 czyli 8 możliwości

$8 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 4 = 23328$

2) Zakładamy że liczba zawiera 1 dwójkę (w dyspozycji 10 cyfr $\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6; 7;\ 8;\ 9\}$)

Tak więc na końcu może mieć $\{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ to jest 5 możliwości.

ale tu trzeba rozpatrzyć 3 przypadki:

- dwójka jest jako pierwsza.
- dwójka jest w środku (trzy środkowe cyfry).
- dwójka jest na końcu

3) Zakładamy że w liczbie są 2 dwójki

Tu możliwości rozmieszczenia tych dwójek jest jeszcze więcej i każdą trzeba rozpatrzyć osobno:

- dwójka jest jako pierwsza a druga dwójka w środku.
- dwie dwójki wśród środkowych cyfr
- dwójka jest jako pierwsza a druga na końcu.
- jedna dwójka w środku a druga na końcu.

II sposób który jest znacznie krótszy

A) Wszystkich liczb pięciocyfrowych parzystych jest $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 45000$

Liczba ta wynika z faktu że na początku nie może być 0 czyli mamy do dyspozycji 9 cyfr potem na trzech pozycjach środkowych może być po 10 cyfr a na końcu mamy do dyspozycji 5 cyfr parzystych.

B) Teraz trzeba policzyć ile przypadków jest tu niepotrzebnych i ich odjąć.

1) nie może być liczby złożonej z 5 dwójek – 1 taki przypadek

2) nie może być liczby złożonej z 4 dwójek. Takich możliwości jest $8 + 9 + 9 + 9 + 4 = 39$

(na pierwszym miejscu poza dwójką może być 8 innych cyfr na kolejnych po 9 a jeśli na końcu to 4 cyfry parzyste) Mamy tu do czynienia z dodawaniem bo za każdym razem tylko w jednym miejscu jest inna cyfra niż 2

3) nie może być liczby w której jest 3 dwójki (Tu będzie trochę więcej sytuacji)

- dwójka na początku i 2 dwójki w środku $3 \cdot 9 \cdot 4 = 108$

$(22x2y)$; $x \in \{0,1,3,4,5,6,7,8,9\}$; $y \in \{0,4,6,8\}$ część środkowa może przyjmować kombinacje $\{(x22); (2x2); (22x)\}$

- wszystkie 3 dwójki w środku $8 \cdot 4 = 32$

$(x222y)$; $x \in \{1,3,4,5,6,7,8,9\}$; $y \in \{0,4,6,8\}$

- dwójka na początku jedna w środku i dwójka na końcu $3 \cdot 9 \cdot 9 = 243$

$(2x2x2)$; $x \in \{0; 1,3,4,5,6,7,8,9\}$ część środkowa może przyjmować kombinacje $\{(x2x); (xx2); (2xx)\}$

- dwie dwójki w środku i jedna na końcu $8 \cdot 3 \cdot 9 = 216$

$(y2x22)$; $y \in \{1,3,4,5,6,7,8,9\}$; $x \in \{0; 1,3,4,5,6,7,8,9\}$

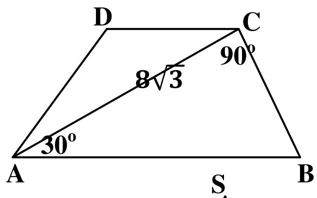
część środkowa może przyjmować kombinacje $\{(x22); (2x2); (22x)\}$

Razem $1 + 39 + 108 + 32 + 243 + 216 = 639$

Ostatecznie $45000 - 639 = 44361$

Odpowiedź: Liczb pięciocyfrowych parzystych w których jest co najwyżej 2 dwójki jest 44361.

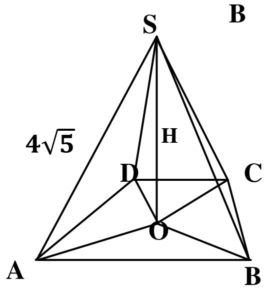
Zad 14. Bez większego problemu policzymy długości AB i BC.



$\cos 30° = \frac{8\sqrt{3}}{AB} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{AB} \quad \Rightarrow \quad AB = \frac{2\cdot 8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 16$

$\sin 30° = \frac{BC}{16} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{BC}{16} \quad \Rightarrow \quad BC = 8$

Teraz najważniejszą sprawą jest uświadomienie sobie co wynika z faktu że krawędzie boczne są jednakowej długości.



Mamy dane że: $SA = SB = SC = SD = 4\sqrt{5}$

Trójkąty AOS; BOS; COS; DOS są prostokątne z uwagi na to że SO - wysokość ostrosłupa. Są to też trójkąty przystające bo są prostokątne oraz kąt przy wierzchołu S mają taki sam, dla którego $\cos\alpha = \frac{H}{4\sqrt{5}}$

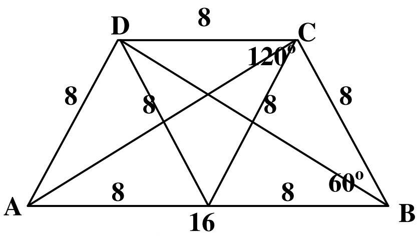
Jeżeli więc te trójkąty są przystające to po pierwsze:

$AO = BO = CO = DO$ co daje nam że na tym trapezie można opisać okrąg a po drugie to musi być trapez równoramienny.

Mamy więc już obliczone że $BC = AD = 8$

Z uwagi na to że trapez jest równoramienny to jego kąty mają 60° i 120°

Natomiast trójkąty ABC i ABD są prostokątne i promień okręgu opisanego jest równy połowie przeciwprostokątnej czyli $R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\cdot 16 = 8$

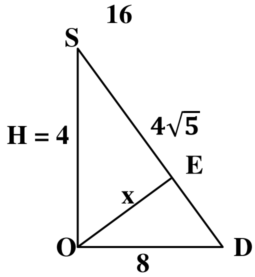


Tak więc trójkąty AOS; BOS; COS; DOS mają wymiary

$AO = 8;\quad AS = 4\sqrt{5};\quad SO = H$

Obliczymy wysokość H ostrosłupa:

$H = \sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2 - 8^2} = \sqrt{16\cdot 5 - 64} = \sqrt{80 - 64} = \sqrt{16} = 4$



Teraz obliczymy ostatecznie odległość krawędzi DS od punktu O czyli długość odcinka **x** na rysunku

Trójkąty DSO i DEO są podobne gdyż są prostokątne i mają jeden wspólny kąt ostry. Tak więc $\frac{x}{8} = \frac{4}{4\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad 4\sqrt{5}x = 8\cdot 4 |: 4$

$\sqrt{5}x = 8 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8}{\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

Odpowiedź: Odległość spodka wysokości czyli punktu O od krawędzi DS. wynosi $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

Zad 15. $f(x) = \frac{m^2+m-6}{m-5}x^2 - (m-2)x + m - 5$

1) Funkcja ma przyjmować wartość największą czyli gałęzie paraboli mają być skierowane do dołu a więc $a < 0$ czyli $\frac{m^2+m-6}{m-5} < 0$.

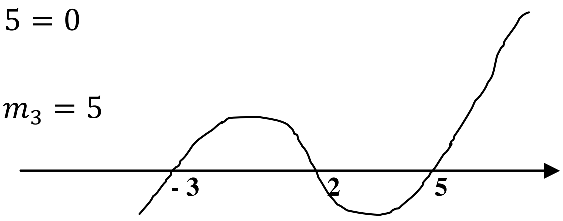
$(m^2 + m - 6)(m - 5) < 0$

Policzmy pierwiastki tego wielomianu

$m^2 + m - 6 = 0$ lub $m - 5 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4\cdot 1\cdot(-6) = 1 + 24 = 25 \qquad \sqrt{25} = 5$

$m_1 = \frac{-1-5}{2} = -3 \qquad m_2 = \frac{-1+5}{2} = 2 \qquad m_3 = 5$



$m \in (-\infty;\ -3) \cup (2;\ 5)$

2) Muszą istnieć 2 pierwiastki czyli $\Delta > 0$

$\Delta = (2-m)^2 - 4\cdot\frac{m^2+m-6}{m-5}\cdot(m-5) =$

$= 4 - 4m + m^2 - 4(m^2 + m - 6) = 4 - 4m + m^2 - 4m^2 - 4m + 24 = -3m^2 - 8m + 28$

$= -3m^2 - 8m + 28 > 0$

$\Delta_m = (-8)^2 - 4\cdot(-3)\cdot 28 = 64 + 336 = 400 \qquad \sqrt{400} = 20$

$m_1 = \frac{8-20}{2\cdot(-3)} = \frac{-12}{-6} = 2 \qquad m_2 = \frac{8+20}{2\cdot(-3)} = \frac{28}{-6} = -4\frac{2}{3}$

$m \in \left(-4\frac{2}{3};\quad 2\right)$

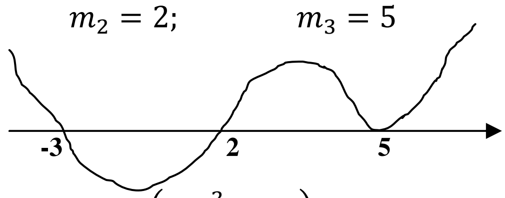
3) pierwiastki mają być jednakowych znaków czyli z wzorów Viete'a

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$

$\frac{m-5}{\frac{m^2+m-6}{m-5}} > 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{(m-5)(m-5)}{m^2+m-6} > 0 \qquad \Longrightarrow \qquad (m-5)(m-5)(m^2+m-6) > 0$

Korzystając z punktu 1 mamy już policzone pierwiastki $m_1 = -3;$ $\quad m_2 = 2;$ $\quad m_3 = 5$

oczywiście $m_3 = 5$ podwójny



$m \in (-\infty;\ -3) \cup (2;\ 5) \cup (5;\ +\infty)$

Teraz biorąc część wspólną 1); 2); 3) mamy:

$[(-\infty;\ -3) \cup (2;\ 5)] \cap \left[\left(-4\frac{2}{3};\quad 2\right)\right] \cap [(-\infty;\ -3) \cup (2;\ 5) \cup (5;\ +\infty)] = \left(-4\frac{2}{3};\ -3\right)$

Mamy więc $m \in \left(-4\frac{2}{3};\ -3\right)$

Odpowiedź: Jedynym rozwiązaniem całkowitym zadania jest $m = -4$

Zad 16. Mamy stożki w których $l + r = 2;$ $\ l -$ tworząca $r -$ promień stożka

czyli: $l = 2 - r$

$h^2 + r^2 = l^2 \qquad \Longrightarrow \qquad h^2 + r^2 = (2-r)^2$

$h^2 = 4 - 4r + r^2 - r^2 \qquad \Longrightarrow \qquad h^2 = 4 - 4r \qquad \Longrightarrow \qquad 4r = 4 - h^2$

$r = 1 - \frac{h^2}{4}$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$ - wzór na objętość stożka tak więc tu mamy:

$V(h) = \frac{1}{3}\pi\left(1 - \frac{h^2}{4}\right)^2 \cdot h$ Objętość stożka jako funkcja jednej zmiennej h

Wyznaczając dziedzinę tej funkcji trzeba zauważyć że objętość musi być liczbą dodatnią jak również wysokość i promień więc $h > 0$ oraz:

$r = 1 - \frac{h^2}{4} > 0 \quad \Longrightarrow \quad 4 - h^2 > 0 \quad \Longrightarrow \quad h^2 < 4 \quad \Longrightarrow \quad h < 2$

Mamy więc $D = (0;\ \ 2)$

$V(h) = \frac{1}{3}\pi\left(1 - 2\cdot 1\cdot\frac{h^2}{4} + \frac{h^4}{16}\right)h = \frac{1}{3}\pi\left(h - \frac{h^3}{2} + \frac{h^5}{16}\right) = \frac{1}{48}\pi(16h - 8h^3 + h^5)$

$V'(h) = \frac{1}{48}\pi(16 - 3\cdot 8h^2 + 5h^4) = \frac{1}{48}\pi(16 - 24h^2 + 5h^4)$

$V'(x) = 0$ czyli wystarczy policzyć $16 - 24h^2 + 5h^4 = 0$ to znaczy $5h^4 - 24h^2 + 16 = 0$

Wykonujemy podstawienie $h^2 = t$ i mamy

$5t^2 - 24t + 16 = 0$

$\Delta = (-24)^2 - 4\cdot 5\cdot 16 = 576 - 320 = 256 \qquad \sqrt{256} = 16$

$t_1 = \frac{24-16}{2\cdot 5} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \qquad t_2 = \frac{24+16}{2\cdot 5} = \frac{40}{10} = 4$

1) $t_1 = \frac{4}{5}$ to $h_1 = \sqrt{t} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \qquad h_2 = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \notin D$

2) $t_2 = 4$ to $h_3 = \sqrt{t} = \sqrt{4} = 2 \notin D \qquad h_4 = -2 \notin D$

Mamy jedno rozwiązanie $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ wtedy $r = 1 - \frac{h^2}{4} = 1 - \frac{\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2}{4} = 1 - \frac{4\cdot 5}{25}\cdot\frac{1}{4} = 1 - \frac{5}{25} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

dla $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ i $r = \frac{4}{5}$ mamy maksimum gdyż dla funkcji $f(x) = 5t^2 - 24t + 16$ pierwiastek $t_1 = \frac{4}{5}$ jest lewym miejscem zerowym dla którego po lewej stronie są wartości dodatnie a po prawej ujemne.

Pozostało policzyć objętość tego największego stożka.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{16\cdot 2\sqrt{5}}{3\cdot 25\cdot 5}\pi = \frac{32\sqrt{5}}{375}\pi$

Odpowiedź: Jeżeli suma promienia i tworzącej wynosi 2 to największy z możliwych stożek ma objętość $\frac{32\sqrt{5}}{375}\pi$.